

حل جوائز نواة القصر المصبوبة بالمكان في الأبنية العالية

ANALYSIS OF SHEAR CORE MEMBERS CAST IN PLACE IN HIGH RISE BUILDINGS

د/ عبد الرحمن عيسى - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة البعث - سوريا

Abstract:

This research was conducted to elucidate the role of shear core members in resisting horizontal forces in high rise buildings. The structural analysis of such forces and the stresses created in the different elements due to these forced are extensively investigated and definite conclusions were reached.

ملخص البحث:

إن التطور السريع تطلب البحث عن المزيد من مواد وتقنيات عالية و تركيز السكان في المدن أدى إلى توسع أفقي وقص المساحات الخضراء وساعد الحكومات إلى التوجيه نحو الأبنية العالية. هذه الأبنية يمكن أن تخدم لأهداف كثيرة لفترات طويلة (أبنية سكنية) لفترات قصيرة (فنادق - مستشفيات) إضافة إلى الأغراض التجارية والإدارية. ولما كان نواة القصر المركزية الدور الهام في الأبنية العالية تضمن بصلابتها قوة وسلامة الهيكل الإنشائي هذا البحث يهدف لحساب القوى المحورية في نواة القصر المصبوبة في المكان من جراء تعرضها للحمولات الأفقية واقتراح الطريقة لحلها.

رموز والمصطلحات	
ارتفاع الطابق	h
طول جانز الفتحة	ℓ
المسافة بين مركزي نقل الجذعين i, p	f_{ip}
صلابة جانز العتبة على الاتعطف للجذعين i, p	B
عامل يحدد مقدار الأراحة في العتبات	γ
عامل حدي لتخفيض عامل الانتقال في حالة التشققات	γ_u
قوة القص للجذع i, p	$Q_{i,p}$
عزم الاتعطف الحدي	M_u
عامل الليونة الحدي	S_u
زاوية الاتحناء	α
الانتقال	Δ
ارتفاع جانز الفتحة	d
انتقال أفقي	Δ
لا مركزية	e
معامل يونغ E عزم المطالة	I
مقدار زاوية الدوران في الوثاقات الوهمية	φ_r
عزم الاتعطف في الجانز من زاوية دوران أحادية في المسند M	
عزم الاتعطف في الجانز من انتقال المساند مقدار $M: \Delta i(x)$	
عدد طوابق البناء	N
مقدار انتقال جوائز الفتحات	δ
مجاز السقف ويحدد من شروط الوثاق	ℓ_F
الصلابة البدائية للأسف	$(EA_{red})_F$

١ - مقدمة:

تلعب نواة القصر دوراً هاماً في الأبنية العالية التي

تؤمن صلابة وممانعة المنشأ بكامله وحساب القوى

المحورية تؤدي بدورها لتخفيض قيمة العزوم في

جدران النواة وتسمح بتقليل المواد المستخدمة كالحديد

$$S_u = \frac{h\ell\gamma\gamma_u}{12B}, \quad \gamma = 1 + 2.95 \left(\frac{d}{\ell}\right)^2 + 0.02 \left(\frac{d}{\ell}\right) \quad (2)$$

ثانياً: نحسب نواة القص بإدخال مكان S_u المحسوب من المعادلة:

$$S_u = \frac{h\ell\gamma\gamma_u}{12B} \quad (3)$$

العامل الحدي S_u نحصل على قيمة جديدة لقوة القص Q وزاوية انحناء جدار النواة α_2 تحدد من التغيرات التي تحدث من وانتقال العتبات والجدران المتجاورة.

$$\alpha_2(x) = S_u Q_{ip}(x) \quad (4)$$

ونحدد أيضاً:

$$\alpha_2(x) = S_u Q_{ip}(x) = \frac{\delta}{\ell} \quad (5)$$

من 5.4 نحصل:

$$\delta = S_u Q_{ip} \ell \quad (6)$$

ومن الشكل (a-2) نجد أن:

$$\frac{\Delta}{d} = \frac{\delta}{\ell + \Delta} \Rightarrow \Delta^2 + \Delta\ell - d\delta = 0$$

ونحصل على الانتقال الأفقي:

$$\Delta = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4d\delta} - \ell}{2}$$

بوضعها في (6):

$$\Delta(x) = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4dS_u Q_{ip} \ell} - \ell}{2} \quad (7)$$

فإذا كانت النواة بدون أسقف داخلية فإن مقاومة الانتقال الأفقي في هذه الحالة يتم من جدران النواة، $\Delta(x)$ المحسوبة من (7) تعتبر مساوية لانتقال الجذعين 'P' و 'T'.

$$\Delta(x) = \Delta_P(x) + \Delta_I(x)$$

$$\Delta_{...} = \frac{(E_{...})}{EI_{...}} \Delta(x) \quad \text{و}$$

7-a

وغيره من المواد التي يتم استيرادها واستخدامها وبالتالي تخفيض التكلفة الاقتصادية للمنشأة.

٢- موجز عن التحليل الإنشائي للأبنية العالية:

إن تحليل مختلف الطرق للعناصر الحاملة للأبنية العالية بوجود نواة وجدران قص يسمح بوجود عدة طرق وحلول:

النوع المنقطع. النوع المستمر. النوع المختلط.

ودقة هذه الحلول يتعلق بدقة المعطيات والفرضيات والأكثر وانتشاراً للحساب هو النوع المختلط الذي

تحسب العناصر الشاقولية الحاملة للهيككل بشكل منقطع

وباتصالات مركزة موزعة بصورة منتظمة ومنقطعة

على طول ارتفاع النواة. الشكل/١/. هذا النوع من

الحلول يسمح بحساب عيوب ونواقص النوعين الأول

والثاني وقد وضعت هذه الطريقة من قبل العالم

درازدوف أ. ف. ب. تظهر التشققات في جوائز

وفتحات الأبنية (النواة القص) عند تعرضها إلى

حمولات أفقية كبيرة. محدثة انتقالات أفقية في جدران

النواة وجوائزها وتؤدي بدورها إلى ظهور التشققات.

٣- حساب القوى المحورية:

نحسب القوى في المرحلة المرنة الذي نحصل منها

على قوى القص الأعظمية Q في جوائز الفتحات

ومنها نجرب هل ظهرت التشققات أم لا ومن شروطها

الحدية (رموز ومصطلحات):

$$M_n = \frac{\bar{Q}_n \ell_n}{2} = \frac{Q_n \ell_n h_f}{2} < M_0 \quad (1)$$

بداية يتم الحساب في المرحلة المرنة وندقق حساباتنا

ظهرت التشققات أم لا. ففي حالة عدم وجودها يعني

هذه القوى غير موجودة وفي حالة وجودها نكرر

الحساب ونحدد الخواص الحدية لجميع العناصر في

جوائز الفتحات منها خواص الليونة الحدية :

$$X_n = \frac{H}{R_b t} \quad (12)$$

وفي حالة التسليح المتناظر لجوائز الفتحات؛ ومن حساب Δ_n بالمعادلة (11) نحصل على القوى المحورية نحسب مقدار (X_n) نحدد القوى المحورية مع حساب البيتون المضغوط $H_i e_{i(x)}$ وذراع تأثيرها يحدد: $e_n = d - S_u \cdot Q_u \cdot b_u - X_n$ (13) بعدها نحدد عزوم الانعطاف في الجوائز وبحساب القوى المحورية من 13 بوجود أسقف داخلية فإن القوى المحورية من انتقال الجوائز تمتصها جدران النواة وأسقفها الداخلية تلعب دور مثبت ومانع للانتقال الأفقي.

ومن (10) نحصل على قيمة جديدة لعزم الانعطاف وقوى القص في جوائز الفتحات:

$$Q_{u,cT} = \frac{2M_{n,cl}}{h\ell} \quad (14)$$

$$\Delta_u(x) = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4dS_u Q_{u,cT} \ell} - \ell}{4} \quad (15)$$

وبحساب البيتون المضغوط والانتقال المتناظر للجدران في النواة:

$$\Delta_{h,p} = 2 \cdot \Delta_u \left(1 - \frac{X_n}{d} \right) \quad (16)$$

وبافتراض أن الأسقف الداخلية تتعرض للشد من جراء انتقال العتبات بمقدار $(\Delta_{n,p})$ فإن القوى الناظمية في الأسقف تساوي:

$$H_F = \frac{\Delta_{n,p}}{\ell_F} = (EA_{red})_F \quad (17)$$

و أن القوى H_F تنتقل إلى العتبات بذراع قدره e_F ونحدد من (9) وبوضع مكان Q_u القيمة $Q_{u,F}$ للأسقف وقيمة عزم الانعطاف من جديد ينقص من جراء مساهمة الأسقف الداخلية في العمل مع العتبات:

$$M_{n,F} = M_{n,w} - H_F \ell_{ip,F} \quad (18)$$

و تنخفض القوى القاصة في الجوائز بمقدار.

$$Q_{ip,F} = \frac{2M_{n,F}}{h\ell} \quad (19)$$

حيث $\Delta_{i,n(x)}$ يساوي:

في حالة الجدران المتساوية

$$\Delta_i(x) = \frac{\Delta(X)}{2} = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4dS_u Q_{ip} \ell} - \ell}{4}$$

من القيمة $\Delta_{i(x)}$ للجدار (i) والذي يمكن اعتباره كجائر مستمر موثوقة من طرف وانتقال معطى لمساندة شكل (3-a). ومن طريقة الانتقالات:

$$M'_{i,1}\varphi_1 + M'_{i,2}\varphi_2 + \dots + M'_{i,n-1}\varphi_{n-1} + M'_{i,n}\varphi_n = 0 \quad (8)$$

$$M'_{i,1}\varphi_1 + M'_{i,2}\varphi_2 + \dots + M'_{i,n-1}\varphi_{n-1} + M'_{i,n}\varphi_n = 0$$

$$M'_{i,1}\varphi_1 + M'_{i,2}\varphi_2 + \dots + M'_{i,n-1}\varphi_{n-1} + M'_{i,n}\varphi_n = 0$$

نحدد هذه المقادير نحدد بالقيم التالية:

$$M'_{ic} = \frac{8EI}{h}, \quad M'_{ik} = \frac{2EI}{h}$$

$$M'_{i,n-1} = \frac{7EI}{h}, \quad M'_{ic} = \frac{6EI}{h^2}$$

$$M'_{2c} = \frac{6EI}{h} (\Delta_1 - \Delta_3)$$

$$M'_{n-1,c} = \frac{3EI}{h^2} (2\Delta_{n-2} - \Delta_{n-1} - \Delta_n)$$

تحل مجموعة المعادلات ببرنامج (DEGLG) نحصل على φ_i و عزوم الانعطاف والقوى الناظمية؛ في الجدار (i) و رد فعل المساند التي تعتبر قوى محورية مجهولة للطابق $H_{i(x)}$ وذراع تأثير القوى المحورية $e_{i(x)}$ يحدد كالتالي:

$$e_{ip(x)} = d - S_u \cdot Q_u \cdot \ell \quad (9)$$

من حساب هذه القوى فإن هذه عزوم الانعطاف في الجوائز تنقص بالقيمة التالية:

$$M_{n,u} = M_n - H_i e_{ip} = Q_u \frac{h \cdot \ell_{ip}}{2} - H_i e_{ip} \quad (10)$$

وبالتالي وبحساب القوى المحورية ينقص عزوم الانعطاف والقوى القاصة في نقاط الانتقال وتؤدي إلى زيادة صلابة نواة القص إلا أنه بانتقال الجوائز و المقاومة التي تبديها جدران النواة. تحدث مناطق مضغوطة تؤدي إلى نقصان المقدار (Δ) القوى المحورية ومن مخططات تغيرات الجوائز:

$$\Delta_n = \Delta_i \left(1 - \frac{X_n}{d} \right) \quad (11)$$

حيث X_n ارتفاع المنطقة المضغوطة تحدد X_n من حساب القوى H وبدون حساب البيتون المضغوط:

$$M_{n,i} = B_{n,i} \left(\frac{M'_{i,i} - \sum_{l=1}^m N_{l,i} Y_{l,i}}{B_{s,i}} + \frac{Y_{i,T}}{B_{t,i}} \right) \quad (28)$$

النناج والتوصيات

- ١- إن استخدام الطريقة الهندسية المقترحة تؤدي إلى توفير المواد المستخدمة وذلك بتخفيض كمية العزوم التي بدورها تؤدي إلى تقليل المواد.
 - ٢- إن إيجاد القوى المحورية تؤدي بدورها إلى معرفة العزوم بصورة نهائية في جوائز العتبات.
 - ٣- إن إشراك القوى المحورية لجوائز للعتبات التي لم تشرك لوحظ دورها الهام في نواة القص وجدرانها.
 - ٤- دقة الطريقة المقترحة تعتمد على دقة الفرضيات ولوحظ تطابقها مع عدة طرق مماثلة.
 - ٥- إن طبيعة الوثيقة للأسقف الداخلية مع نواة القص لها دورها الكبير في مقدار الانتقال الأفقي.
- المراجع

١. ب. د. ديمينف؛ أن. إي. بريصنكوف. تصميم وحل الأبنية العالية مع نواة القص، موسكو - ١٩٨٤.
٢. ب. ف. درازدوف، أ. أ. خمراليف، الجوائز المسبقة الإجهاد والفتحات في نواة وجدران القص للأبنية العالية؛ المؤتمر العاشر استوكهولم - موسكو؛ ١٩٨٢.
٣. ب. ف. درازدوف، أن. إي. سينين تقدير خواص العناصر لنواة القص المركزية؛ مجلة العمارة والبناء؛ موسكو - ١٩٨٣. عدد ١١/١.
٤. ب. ف. درازدوف، أم. إي. دادونف؛ أ. ل. بانشين أ. ل. صاروخانيان؛ حل وتصميم عناصر الأبنية السكنية متعددة الطوابق؛ موسكو 1986.
٥. أن. إي. سينين. عيسى عبد الرحمن عبد الله؛ حساب القوى المحورية لنواة القص المركزية في الأبنية العالية، مجلة البيتون والبيتون المسلح؛ موسكو 1992 عدد ١٢/١.
٦. الكود الروسي لتصميم المنشأ؛ البيتونية 1986.
٧. الكود الأمريكي لتصميم المنشأ البيتونية 2002.

$$\Delta_{i,F(x)} = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4dS_u Q_{i,p} c \ell} - \ell}{4} \quad (20)$$

وبحساب البيتون المضغوط وبالانتقال المتساوي للجدران:

$$\Delta_{n,F} = 2 \Delta_{i,n}(x) \left(1 - \frac{X_n}{d} \right) \quad (21)$$

في المرحلة الحدية لنواة القص بوجود أسقف داخلية فإن الانتقال الأفقي للجدران والأسقف يجب أن تكون متساوية وعند ذلك فإن المقدار الدقيق للقوى المحورية الممتص من الأسقف والجوائز يحدد من هذه الشروط. للجدران $H_{w,i,p}$ من خلال $\Delta_{i,n,F}$ ارتفاع $\Delta_{i,n,F} = \Delta_{i,F}(x) \left(1 - \frac{X_n}{d} \right)$. المنطقة المضغوطة يحدد من المساواة:

$$X_p = \frac{H_F + H_i(x)}{R_b t}$$

للأسقف الداخلية:

$$H_F = \frac{\Delta_{n,F}}{\ell_F} (EA_{red})_F \quad (22)$$

وعزم الانعطاف النهائي والقوى القاصة الكلية في الجوائز تكون مساوية:

$$M_{n,p} = \frac{Q_{i,p} h \ell}{2} - (H_{i,p} + H_{F,p}) e_{i,p} \quad (23)$$

$$Q_{i,p} = \frac{2M_{F,p}}{h \ell_{i,p}} \quad (24)$$

$$e_{i,p} = d - S_u Q_{i,p} \ell - X_n \quad \text{من (23):}$$

ومن القيمة الجديدة لقوى القاصر في الجوائز نحدد القوى في الجدران والقوى الناطمية في الجدار (i) يساوي:

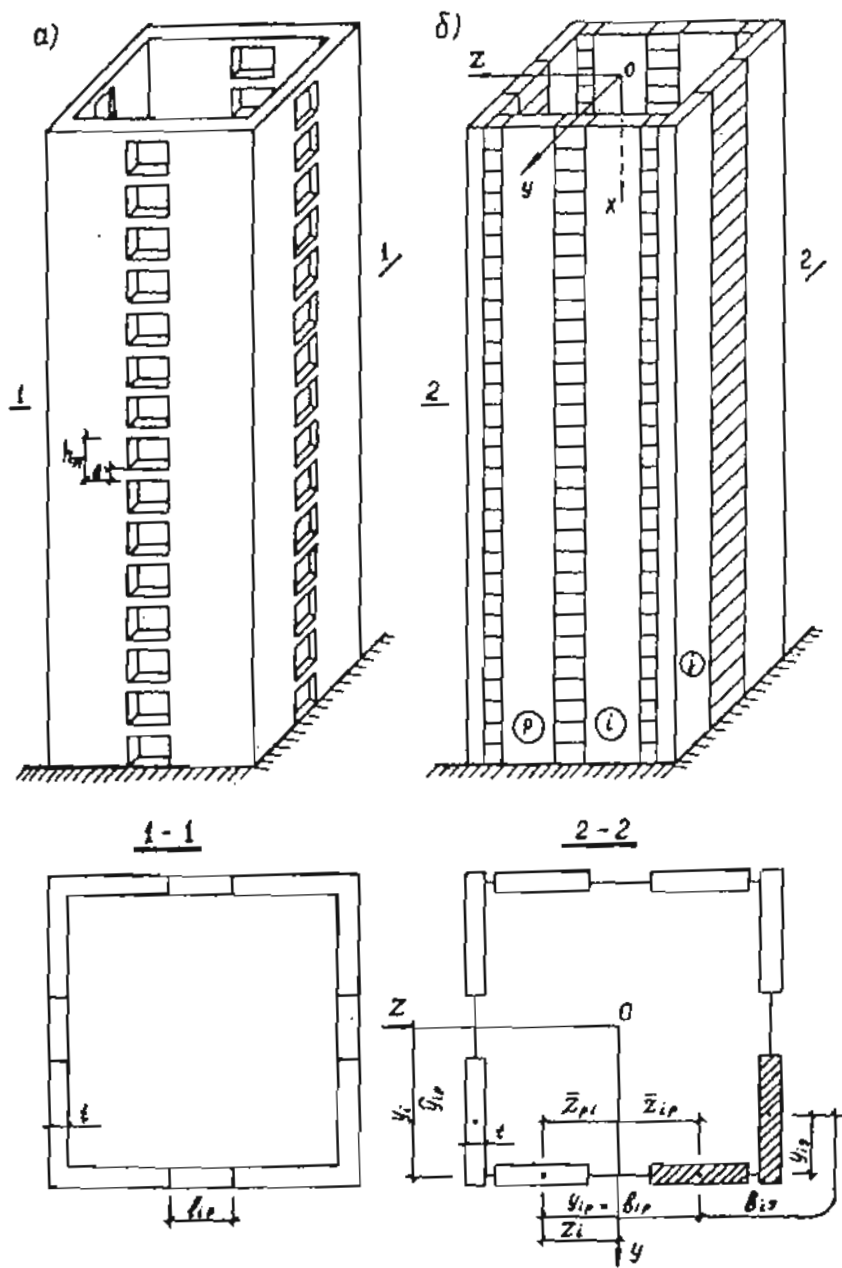
$$N_{i(x)} = \sum_{p=1}^k \int_0^x Q_{i,p}(x) dx \quad (25)$$

وهذه القوى تساوي إلى مجموع القوى لـ K انتقال لـ i جدار مهما كان عددها العناصر. والقوى الكلية المحورية تحدد في (i) جدار من المعادلات التالية:

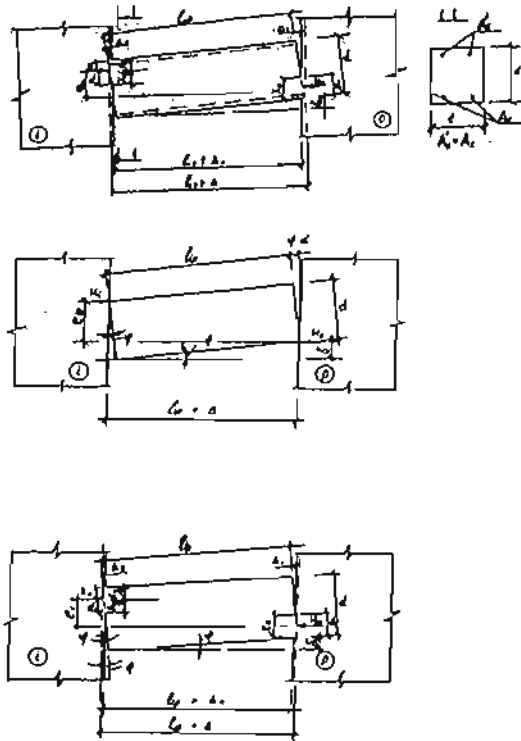
$$R_{i(x)} = N_{i(x)} + P_{i(x)} \quad (26)$$

وعزوم الانعطاف النهائية:

$$M_{n,i} = B_{n,i} \left(\frac{M'_{i,i} - \sum_{l=1}^m N_{l,i} Y_{l,i}}{B_{s,i}} + \frac{Z_T}{B_{t,i}} \right) \quad (27)$$



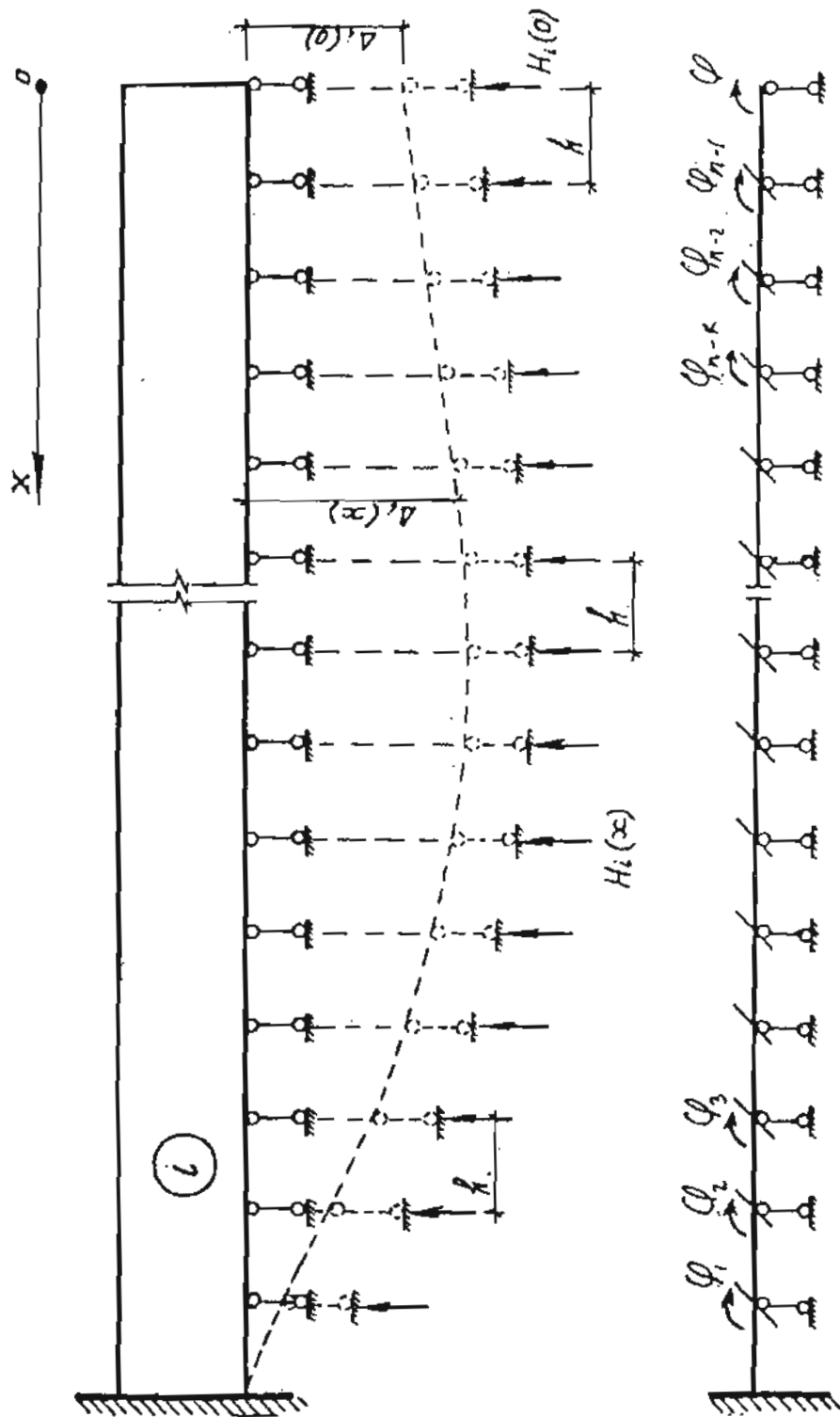
شكل (1) : حل نواة القص بالاعتماد على النموذج النظري المستمر
 أ- نواة القص الحقيقية
 ب- شكل النموذج العام للحل



شكل التغيرات في الجسور

أ- بدون حساب البيتون المضغوط

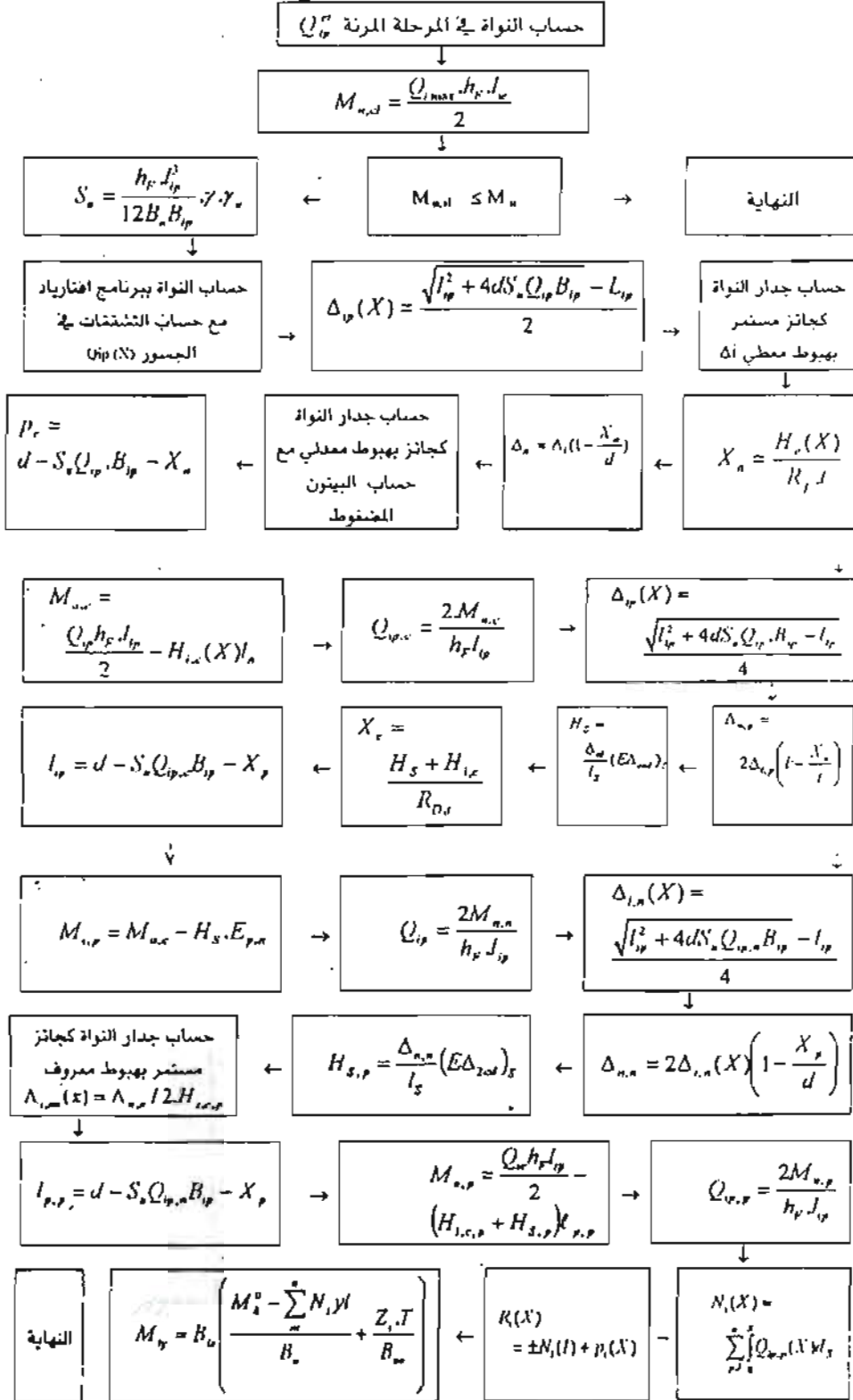
ب- مع حساب البيتون المضغوط



ب)

شكل (3): الشكل العام لإيجاد القوى المحورية
 أ- جدار النواة كجائز مستمر بانتقال معطى
 ب- الشكل العام

الطريقة الهندسية والمخطط المنهجي لحل نواة القص مع حساب القوى المحورية



الشكل (٤-٢) الطريقة الهندسية والمخطط المنهجي لحل نواة القص مع حساب القوى المحورية

استقرار المنشآت البرجية تحت تأثير الرياح والزلازل STABILITY OF TOWER BUILDINGS UNDER THE EFFECT OF WIND AND SEISMIC FORCES

د/ عبد الرحمن عيسى - قسم الهندسة الإنشائية - كلية الهندسة المدنية - جامعة البعث - سوريا

Abstract:

This research includes an extensive investigation regarding the stability of tower structures with different cross sections and different forces acting along their heights. The main acting forces taken into consideration in this study are the wind and the seismic forces.

ملخص البحث:

أكثر المشاكل تعقيداً حساب المنشآت البرجية كأبراج الإذاعة والمداخن والأبنية العالية أثناء تعرضها للرياح والزلازل أو الحمولات الديناميكية. هذا البحث يتألف من : دراسة استقرار المنشآت ذات المقطع والحمولة المتغيرة وعزم العطالة المتغير على كامل ارتفاع المنشأة، إيجاد المخطط المنهجي لمصفوفة العناصر ذات المقطع والعطالة المتغيرين للعناصر المنعطفة والمعرضة للانعطاف تحت تأثير مختلف الحمولات الأفقية (كالرياح والزلازل).

\bar{X} مصفوفة التحويل التي تعتبر دالة Xi للقيم
 $\varphi^0 M^0 Q^0$
B مصفوفة الصلابة للعناصر الموافقة للمعادلة (٤).
دراسة تطبيقية :

استقرار المنشآت البرجية المنعطفة ذات المقطع المتغير والعطالة المتغيرة تحت تأثير الحمولات الأفقية:

من أهم المشاكل وأكثرها تعقيداً حساب استقرار المنشآت البرجية والأبنية العالية عند تعرضها لتأثير الزلازل أو تعرضها لحمولات ديناميكية غالباً تطبيق الطريقة التي تتم فيها المقارنة بين عزم الوثاقعة وعزم الانقلاب لهذه المنشآت والتي لا يمكن معرفة شدة الموجة بشكل دقيق ولا نستطيع حساب ومعرفة هذه التغيرات بشكل كامل تحت أساساتها والتغيرات الحاصلة فيها بين المنشآت وأساساتها بشكل دقيق (١). هذا البحث يقدم دراسة كاملة عن الاستقرار المرن للمنشآت ذات المقطع المتغير تدريجياً وأساساتها الخاضعة لحمولات شاقولية وأفقية بنفس الوقت مع

الرموز والمصطلحات :
g. تسارع الجاذبية الأرضية
h- ارتفاع الطابق (الارتفاع المتدرج) للكتل المختلفة .
N- محصلة القوى الناتجة عن رد فعل التربة والتي قيمها مساوية لجميع الحمولات الشاقولية المؤثرة على المنشأ
e- لا مركزية القوة الناتجة عن رد فعل التربة
m₁- الكتل محسوبة من أسفل المنشأة
I₀- عزم عطالة كتلة الأساس بالنسبة لمحور دورانه
□- زاوية الدوران للأساس أو ميلانه
I_φ عزم عطالة الأساس بالنسبة لنقله
Yz, I- الانتقال الأفقي الناتج عن حركة الكتل بالهتزاز الأكثر شدة
v- عامل يتعلق بالقوة الحدية.
EI- صلابة المنشأ
V- شعاع القوة لـ G وزن بالنسبة لمركز ثقله
V₀⁰ القيمة الحدية لشعاع القوى لمختلف قيم K I_φ
M_{u,0} العزم الحدي لرد فعل الأساس
C₁, C₂ عاملان لمرونة ولدونة الأساسات

أبعاد الأساس a, b و b بعد الأساس في اتجاه تأثير العزم وعندما التي يكون:

$$Ne > \frac{1}{3} M^0 \quad \text{و}$$

$$M(\theta) = N \frac{b}{2} - \frac{N}{3} \sqrt{\frac{2M}{\theta aK}} \quad (3)$$

و $M^0 = N \frac{b}{2}$ ، ولإيجاد المخطط الأولي $M(\theta)$

نأخذ القيمة ما بين θ و M مساوية لـ

$$M \leq 0.6M_u^0 \quad (2)$$

لـ قيمة الانتقال $y_{ji}(t)$ بـ (1) و $Ne(t)$ بضربها في

(3) فالمعادلة العامة تصبح [3]:

$$= \sum_{i=1}^n \frac{(S_1 + S_2 \rho_{2i} + \dots + S_n \rho_{ni})(G_1 + G_2 \rho_{2i} + \dots + G_n \rho_{ni}) \sin w_i t}{w_i (m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2)}$$

$$+ \frac{h}{g} \sum_{i=1}^n w_i \times \frac{(S_1 + S_2 \rho_{2i} + \dots + S_n \rho_{ni})(G_1 + 2G_2 \rho_{2i} + \dots + nG_n \rho_{ni}) \sin w_i t}{(m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2)}$$

$$I_0 \theta''(t) - KI_\phi \theta(t) = 0$$

وبحل هذه المعادلة تكون التغيرات:

$$\theta = C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} t\right) + C_2 \sin\left(\sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} t\right) + \frac{S}{I_0} \sum_{j=1}^n \left[G_j \times \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{ji} \alpha_i + \rho_{2i} \alpha_2 + \dots + \rho_{ni} \alpha_n}{w_i (m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2)} \times \frac{1 + j \frac{h}{g} w_i^2}{K \frac{I_\phi}{I_0} - w_i^2} \sin(w_i t) \right]$$

$$\alpha_1 = \frac{S_1}{S}, \alpha_2 = \frac{S_2}{S}, \dots, \alpha_n = \frac{S_n}{S} \quad \text{و}$$

لإيجاد سرعة دوران الأساس نشق:

$$\theta' = -\sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} t\right) + \sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{KI_\phi}{I_0}} t\right) + \frac{S}{I_0} \sum_{j=1}^n \left[G_j \sum_{i=1}^n \rho_{ji} \frac{\alpha_i + \rho_{2i} \alpha_2 + \dots + \rho_{ni} \alpha_n}{m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2} \times \frac{1 + j \frac{h}{g} w_i^2}{K \frac{I_\phi}{I_0} - w_i^2} \cos(w_i t) \right]$$

عندما: $C_1 = 0 \iff t = 0$ و $\theta = 0$

$$y_i = S \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{ji} (\alpha_1 + \alpha_2 \rho_{2i} + \dots + \alpha_n \rho_{ni})}{m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2} \cos w_i t = 0$$

يكون $\theta = 0$ وبالتالي $C_2 = 0$

ويكون الشكل النهائي للمعادلة بتعويض C_1, C_2 في

المعادلة (θ):

أساساتها (1). ولدراسة منشأة مؤلفة من n طابق وبارتفاع كلي H بـ m_i كتلة وزنها بـ G_i من i = 1 إلى i = n وخاضعة لتأثير الاهتزاز في حالة الاستقرار فإنها تهتز باهتزاز حر و انتقالاتها الأفقية والشاقولية لكتلتها في كل طابق أو مستوي تحدد من العلاقة التالية (1):

$$y_j(t) = P_{j1} y_{11} + P_{j2} y_{12} + \dots + P_{jn} y_{in}$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{ji} (S_1 + S_2 \rho_{2i} + \dots + S_n \rho_{ni})}{w_i (m_1 + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2)} \sin w_i t$$

(1)

S₁ , S₂ , وشدة الاهتزاز بكل مستوي

وعدد مرات الاهتزاز : S_n ,

$$\omega_1 - i^{nR}$$

$$\rho_{ji} = \frac{y_{ji}}{y_{ii}}, \rho_{ii} = 1$$

y_{ji}: الانتقال الأفقي الناتج عن حركة الكتل m_j بحالة الاهتزاز الأكثر شدة ، وليكن i₁ ولإيجاد معادلة التوازن الديناميكي نحسب قوى التخماد بإيجاد عزوم الانعطاف لجميع هذه القوى المحددة من الشكل (1).

بالنسبة لمركز ثقلها (0) بالنسبة لمركز ثقل الأساس.

$$\sum_{i=1}^n G_i y_i(t) - \sum_{i=1}^n i h \frac{G_i}{g} y_i(t) - I_0 \theta''(t) - Ne(t) = 0 \quad (2)$$

و العزم الناتج عن رد فعل التربة يعتمد خطياً على

زاوية الدوران

$$Ne(t) = KI_\phi \theta(t)$$

وعند ازدياد زاوية دوران الأساس مع المنشأة فإن مخطط الاجهادات لرد فعل الأساس على المنشأة يتغير من شكل مستطيل إلى مثلثي وفي هذه الحالة فإن الأساس ينفصل عن جسم المنشأة بسبب اختلاف الصلابة بين المنشأ والأساس وعن تغير العلاقة بين العزوم لرد الفعل الناتج عن التربة. وزاوية الدوران للأساس وتصبح غير خطية، وكذلك الأمر بالنسبة للأساسات المستطيلة الشكل في مستويها ، فإذا كانت

تعرضها لتأثير الزلازل والرياح والمنشآت البرجية والأبنية العالية [5] هي الطريقة التالية. هذه الطريقة مقترحة لمثل هذه المنشآت وبالأخص ذات المقطع المتغير تدريجياً والكتل والصلابة المتغيرة على كامل المنشأة تلك المنشآت تتغير كتلتها بتغير ارتفاعها وفي كل مستوي من مستوياتها ولحساب الاهتزاز فإنه يمكن استخدام طريقة مصفوفة الصلابة لتلك القيم وعناصرها الأساسية [3]. وتمت دراسة الاهتزاز الخارجي المؤثر لهذه المنشآت وليكن π عنصر بمحاوره المتغيرة في مستوياته المختلفة ويؤثر عليه اهتزاز خارجي كالزلازل أو الحمولات الديناميكية [6] وكانت الصلابة وكتل هذه الأجسام متغيرة بالقانون التالي :

$$E_j I_{j0} \left(\frac{X}{I_{ja}} \right)^{v+2}, \quad m_j(x) = m_{j0} \left(\frac{X}{I_{ja}} \right)^v \quad (8)$$

v : بدون قيمة دليل القوة الجبرية .

I_{ja} : قيم الإحداثيات بالنسبة لمحور السينات متناسبة مع القيمة الأولية لهذا المقطع .

وفي الأجزاء السفلية المثبتة بالأساس أو على قواعد صلبة أو مستندة بشكل مرن على ترب مرنة وتحدث انتقالاً ودوراناً نسبياً فإن قيم الانتقالات الأفقية وزاوية الدوران وعزوم الوتاقة وقوى القصر تحدد من العلاقات التالية :

$$M_1 = -\varphi_1 C_2 \quad - \quad Q = -Y_1 C_1 \quad (9)$$

C_1, C_2 عاملان لمرونة ولدونة الأساسات ويمكن تحديد هذه القيم كالتالي:

1- إن المعادلة التفاضلية لاهتزاز المقاطع المعرضة لانعطاف والمنعطفة تحت تأثير حمولات أفقية نكتب على الشكل التالي :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}] + m(x) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = q e^{i\omega t} \quad (10)$$

وبالاعتماد على قيمة الاهتزاز :

$$\omega = Y(x) e^{i\omega t} \quad (11)$$

يكون:

$$\sigma = \frac{S}{I_0} \sum_{j=1}^n \left[G_j \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \alpha_i + \alpha_1 \rho_{2i} + \dots + \alpha_n \rho_{ni}}{w_i m_i + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2} \times \frac{1 + I_0^2 w_i^2}{8} \frac{\sin(w_i t)}{1 - w_i^2 \frac{I_0^2}{KI_0}} \right]$$

(5)

وبتبديل المشتق الثاني للمعادلة ب (5) وباعتبار أن:

$$KI_0 \theta_{(t)} = 0.6 M_0''$$

تكون قيمة الحمولة الناتجة عن الاهتزاز (قوة الاهتزاز)

$$S = 0.6 M_0'' \sum_{j=1}^n \left[G_j \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \alpha_i + \alpha_1 \rho_{2i} + \dots + \alpha_n \rho_{ni}}{w_i m_i + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2} \times \frac{1 + I_0^2 w_i^2}{8} \frac{\sin(w_i t)}{1 - w_i^2 \frac{I_0^2}{KI_0}} \right]$$

(6)

وللحصول على القيمة الحديدية SU وذلك بتحويل صلابة المنشأة وتخفيض قيمة القصر مع اعتبار التابع $M(\square)$ غير خطي ومن الضروري معرفة وتحديد القيمة الصغرى لمختلف أشكال وأنواع الاهتزاز في مختلف الاتجاهات وأخذ قيم صغيرة لهذه المتحولات وليكن $\sin(wit)=1$ مادامت ثلاثم القيمة العظمى للانتقال ودوران المنشأة في حالة التوازن وحساب شكل الاهتزاز من I حتى m وتكتب المعادلة (6) مع الأخذ بعين الاعتبار القيم المنوه عنها بالشكل التالي :

$$S_v = 0.6 M_0'' \sum_{j=1}^n \left[\frac{m_j}{m_1} \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \alpha_i + \alpha_1 \rho_{2i} + \dots + \alpha_n \rho_{ni}}{w_i m_i + m_2 \rho_{2i}^2 + \dots + m_n \rho_{ni}^2} \times \frac{y + I_0 w_i^2}{1 - \frac{w_i^2 I_0^2}{KI_0}} \right]$$

(7)

وفي الحالة المنشأ بكتلة وحيدة تحدد من العلاقة التالية:

$$v = h \sqrt{\frac{G}{EI}}$$

$$S_v = 0.6 M_0'' \sqrt{\frac{1}{hg \frac{1}{v} - 1}} \times \left[1 - \left(\frac{v}{1gv} - \frac{v}{v_0^2} \right) \left(1 + \frac{I_0 g}{v_0^2 h} \right) \right]$$

المخطط المنهجي لمصفوفة صلابة العناصر الرئيسية ذات المقطع المتغير تدريجياً والأساسات المتغيرة العطالة :

من أهم الطرق المستخدمة في حالة العناصر المعرضة للانعطاف وخصوصاً أبراج الإذاعة عند

لندخل مصفوفة الصلابات لهذه القيم والمقادير والتي هي على الشكل التالي:

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} y \\ \varphi \\ M \\ Q \end{bmatrix}$$

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ X_4^{v+1} & X_1^{v+1} & -X_4^{v+1} & X_3 \\ X_3^{v+1} & X_4^{v+2} & X_1^{v+1} & -X_2 \\ -X_4^{v+1} & X_3^{v+1} & X_4^{v+1} & X_1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{V} \rightarrow = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{(\rho)} \\ \tilde{\varphi}_{(\rho)} \\ \tilde{M}_{(\rho)} \\ \tilde{Q}_{(\rho)} \end{bmatrix}, \vec{H} = \begin{bmatrix} Y_a^0 \\ \varphi_a^0 \\ M_a^0 \\ Q_a^0 \end{bmatrix}, \vec{B} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

\vec{B} مصفوفة الصلابة العناصر الموافقة للمعادلة (14):

$$\lambda_1 = \beta^{-v}, \quad \lambda_2 = 2b^2 \beta^{-(v+1)}$$

$$\lambda_3 = \frac{EI\beta^{v+2}}{I_a^{v+2} 4(2b)^{2v}}, \quad \lambda_4 = \frac{EI_0 \beta^{v+1}}{I_a^{v+2} 8(2b)^{2v-2}} \quad (18)$$

\vec{V}, \vec{H} مصفوفة تحريض العناصر للحل الخاص للقيم متجانسة المساواة للمقادير Y^0, φ^0, M^0, Q^0 المحتواة فيهم ولحساب الحمولات المركزة على نهايات أجزاء المنشأة ذات كتلة وعزم عطالتها بالنسبة للمحور الأفقي I_m وبإدخال مصفوفة القصور الذاتي لكل العناصر الموجودة:

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 1 & 0 \\ \rho & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\rho = mP^2, \quad \delta = I_m \rho^2$$

وللجزء السفلي وفي حالة الحمولة المركزة وجود المساعدة فالليونة بالنسبة للانتقالات العرضية والدوران تتج من حساب (9-19) وتصبح مصفوفة العناصر الحدية عن الشكل التالي:

$$\vec{K}_X = \begin{bmatrix} 0 & (C_1 - \rho)^{-1} \\ (C_2 - \delta)^{-1} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right] - m(x) p^2 Y = q \quad (12)$$

وهذه المعادلة بعد تغيير لحظي يمكن كتابتها بمساواتين وذلك قبل وصول قيم العناصر لحد السيلان.

$$L(u) \pm u = \mp \frac{F}{2} \quad (13)$$

وأن:

$$L = \frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{1}{\beta} \frac{d}{d\beta} - \frac{v^2}{\beta^2}, \quad \beta = 2b\sqrt{x}$$

$$b^4 = \frac{m_0 P^2 \ell_a^2}{EI_0}$$

$$u = \beta^v \cdot y, \quad F = \frac{\ell_a^v (2b)^{2v} q}{m_0 P^2 \beta^v}$$

إن الانتقالات وقوى الوثائق الناتجة عن الانتقالات الجديدة تأخذ القيم التالية:

$$Y = \beta^{-v} \cdot Y_0, \quad \varphi = b^2 \frac{\varphi_0}{\beta^{v+1}}$$

$$M = \frac{EI_0 \beta^{v+2}}{\ell_a^{v+2} 4(2b)^{2v}} \cdot M^0,$$

$$Q = \frac{EI_0 \beta^{v+1}}{\ell_a^{v+2} 8(2b)^{2v-2}} \quad (14)$$

$$Q^0 = \left(\frac{d}{d\beta} - \frac{v}{\beta} \right) L(U),$$

$$M^0 = \left[L - \frac{2(v+1)}{\beta} \left(\frac{d}{d\beta} - \frac{v}{\beta} \right) \right] \quad (15)$$

و المنظومة تبدي خواص المصفوفة الأحادية لعناصر المعادلة وصول قيم العناصر لحدود السيلان وذلك عندما تكون $\beta = a$ بالنسبة لجميع العناصر نكتب المعادلة على الشكل التالي:

$$X_{2,3} = \pi^q / 4 \left\{ Y_K(\beta) I_K(n) + I_K(\beta) Y_K(n) - 2\pi^{-1} [K_K(\beta) I_K(n) - I_K(\beta) K_K(n)] \right\} \quad (16)$$

حيث أن القيم:

X_4 : تقبل الرمز أو الدليل $K = v$.

X_2 : تقبل الرمز أو الدليل $K = v + 2$ في حالة

استخدام المنظومة الأسطوانية المستقلة.

ومصفوفة الصلابة النهائية يعبر عنها من خلال الجزء

الأول المقسم لـ n قسم تأخذ الشكل التالي :

$$\overline{H}_n = \overline{B}_n(\alpha) \overline{m}_{n-1} \overline{B}_{n-1}(\varepsilon) < \\ \overline{X}_{n-1}(\varepsilon) \left(\overline{B}_{n-1}(\alpha) \overline{m}_{n-2} \overline{B}_{n-2}(\varepsilon) \right) <$$

$$\overline{B}_2^T(\alpha) \overline{m}_1 \overline{B}_1(\varepsilon) \left[\overline{X}_1(\varepsilon) \overline{H}_K + \overline{V}_1^T(\varepsilon) \right] + \overline{V}_2^T(\varepsilon) + \overline{V}_{n-2}^T(\varepsilon) + \overline{V}_{n-1}^T(\varepsilon) > \quad (26)$$

من الشروط النهائية للمنشأة العلوي المولفة من (n) جزء نحدد قيمة المقادير للجزء الأول بالاعتماد على (26) وبقيّة الأجزاء الأخرى ويمكن تحليل المساواة بالنسبة للجزء الأول التي يمكن الحصول عليها من مساواة $\beta_n = \varepsilon_n^0$ ومن طبيعة الارتباط للعناصر بعضها بالآخر.

$$\begin{bmatrix} Y_n^0(\varepsilon) \\ \varphi_n^0(\varepsilon) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \overline{X}_n(\varepsilon) \cdot \overline{H}_n + \overline{V}_n^T(\varepsilon) \quad (27)$$

وبحساب العناصر الأساسية للاهتزاز وللجزء الأسفل يمكننا كتابة ما سبق بالشكل التالي:

$$Y_1(\beta) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \overline{B}_1(\beta) \left(\overline{X}_1(\beta) \cdot \overline{H}_K + \overline{V}_1^T(\beta) \right) =$$

$$\beta_1^{-1} (M_{1n}^0 [DX_2(\alpha_1\beta) + X_3(\alpha_1\beta)])$$

$$+ Q_{1\alpha}^0 [\sigma_{x_1}(\alpha_1\beta) + X_4(\alpha_1\beta)]$$

$$+ \frac{\alpha_1^{2\nu}}{m_0 \rho^2} \int_a^\beta \frac{q X_4(\beta_1 \zeta) d\zeta}{\zeta}$$

وبحساب التخماد وإدخال عامل التراص المرن للجسم بكامله:

$$\tilde{E} = E(1 + iy)$$

ومنه نحصل على المعادلة [28] التالية:

$$\beta_j = \beta_{0j} \left(1 - \frac{\nu_j}{8} \right) \left(1 + j \frac{\nu_j}{4} \right) \quad (28)$$

مثال محلول:

لتكن المنشأة البرجية ذات الارتفاع H=180m والمولفة من ثلاث كتل أوزانها:

$$G_1=270t \quad G_2=150t \quad G_3=340t$$

ومما سبق ويقبول الانتقالات والقوى لمقطع عشوائي

موثوق و القيم المناسبة الأولية لهذا المقطع تأخذ المصفوفة الشكل التالي :

$$\vec{V}_j(\beta) = \vec{B}_j(\beta) \left\{ \vec{X}_j(\beta) \vec{H}_K + \vec{V}_j^T(\beta) \right\} \quad (21)$$

ومن النهايات في المقطع السفلي للجزء الأول

$\vec{X}(\alpha)$ وبتعويضها في المصفوفة $\beta_1 = \alpha_1$ وباعتبار

فإن قيمة المصفوفة تكون مساوية للواحد وقيمة $\vec{V}_{(\alpha)}^T = 0$ وتصبح مصفوفة القيم لهذا المقطع كالتالي

$$\vec{V}_{(ik)}(\alpha) = \vec{K}_k \vec{V}_1(\alpha) = \vec{K}_k \vec{B}_1(\alpha) \vec{H} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (C_1 - \rho)^{-1} \\ (C_2 - \delta)^{-1} & 0 \\ 1 & 0 \\ & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_{\alpha 1}^0 \\ \varphi_{\alpha 1}^0 \\ M_{\alpha 1}^0 \\ Q_{\alpha 1}^0 \end{bmatrix}$$

$$= B(\alpha) \begin{bmatrix} \delta & Q_{\alpha 1}^0 \\ D & M_{\alpha 1}^0 \\ & M_{\alpha 1}^0 \\ & Q_{\alpha 1}^0 \end{bmatrix}$$

$$D = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} (C_2 - \delta)^{-1}$$

$$\sigma = \frac{\lambda_4}{\lambda_1} (C_1 - \rho)^{-1} \quad (23)$$

وبالتالي مصفوفة المقادير الأساسية (الأولية) في الشروط الحدية عندما $\beta_1 = \alpha_1$ تأخذ الشكل التالي:

$$\vec{H}_K = \begin{bmatrix} \sigma \cdot Q_{i\alpha}^0 \\ D \cdot M_{i\alpha}^0 \\ M_{i\alpha}^0 \\ Q_{i\alpha}^0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

ومن النهايات للجزئين الأول والثاني تكون $\beta_1 = \alpha_1$ ،

$\beta_2 = \alpha_2$ للجزئين فتصبح المعادلة بالشكل التالي:

$$\vec{V}_2(\alpha) = \vec{B}_2(\alpha) \vec{H}_2 = \overline{m}_1 \cdot \vec{B}_1(\alpha) \left[\overline{X}_1(\varepsilon) \cdot \overline{H}_K + \overline{V}_1^T(\varepsilon) \right]$$

وبذلك فإن مصفوفة الصلابة للأجزاء الرئيسية للجزء

الثاني يمكن التعبير عنها بدلالة الجزء الأول:

$$\overline{H}_2 = \overline{B}_2(\alpha) \overline{m}_1 \cdot \vec{B}_1(\varepsilon) \left[\overline{X}_1(\varepsilon) \cdot \overline{H}_K + \overline{V}_1^T(\varepsilon) \right]$$

$$M_1 = -\varphi(C_{11} - I_{III} P^2 + iC_{12}) \quad (29)$$

$Q_1 = -Y_1(C_{21} - m_{III} P^2 + iC_{22})$
و أن عوامل مرونة الأساسات $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}$
دليلاً لتردد الاهتزاز وشكله وتم الشكل الدائري
للأساسات مطابقة لمعادلة (١٢) وثابت العامة للمنشأ:
 $C_{11} = 0.9 \cdot 10^5 \text{ T/m}$, $C_{12} = 0.2 \cdot 10^5 \text{ T/m}$,
 $C_{21} = 0.2 \cdot 10^8 \text{ T/m}$, $C_{22} = 0.1 \cdot 10^8 \text{ T/m}$
وإن انتقال البرج وخواصه الفيزيائية وقيمه الجبرية
الحسابية موضحة بالشكل (٤).

المقترحات والتوصيات:

١. نوصي باستخدام هذه الطريقة في العمليات الحسابية للمنشآت البرجية.
٢. إن هذه الطريقة المستتبطة في الحسابات تقيد في حالة الأبراج المتغيرة الكتل والمتغيرة العطالة في مستوياتها المختلفة.
٣. يمكن استخدام هذه الطريقة في الترب المرنة والترب الصلبة في حالة الحسابات للأبراج البيتونية أو المعدنية.

المراجع:

١. كاسيليوف. ف.أ- حساب الإنشاءات المتقدمة لانفيا ١٩٦٩.
٢. ليوفين با. ب - استقرار الجدران الصلبة على الأساسات المرنة والمطاطية مركز البحوث العلمية الإنسانية موسكو ١٩٥٠.
٣. راجستين أ- ر توازن الجدران المرنة موسكو ١٩٥٥.
٤. الفسا نوفيتش ف - ١- مصفوفة الانتقال للجدران المعرضة لقوى ديناميكية ومرونة الشكل موسكو (معهد الطرق) ١٩٦٩.
٥. كورينيف ب- غ- م اهتزاز العناصر المنعطفة متغيرة المقطع مركز البحوث العلمية الإنسانية موسكو ١٩٥٧.
٦. كورنيسيف ب - غ ورازنيليسوف ل - م اهتزاز المنشأة متغيرة المقطع في الظروف الاهتزازية المتخادمة. مجلة ميكانيك الإنشاءات وحساب المشاريع عدد ١٩٩٨/٢.
٧. تورسيكي ف - أ طريقة المصفوفات لحساب اهتزاز المنشآت معهد موسكو للطرق ١٩٦٠.
٨. الموسوعة العلمية الرياضية موسكو ١٩٤٨.
٩. عيسى عبد الرحمن جامعة البعث حمص - سوريا.

ارتفاع كل كتلة من هذه الكتل $h=60\text{m}$ وعزوم عطالتها على التوالي:

$$I_1 = 10M^4 \quad I_2 = 3.2M^4 \quad I_3 = 1.1M^4$$

و عوامل اهتزازها التقريبية:

$$S = \alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 0.9 \quad \alpha_3 = 2.0$$

والأساس مربع الشكل بأبعاد $B=25\text{m}$ ووزن كتلته

$$I_0 = 40000m^4 \text{ وعزم عطالة كتلة الأساس } G_{10} = 3750t$$

وعامل الضغط المرن $K=3000T/m^2$

الحل: في الأشكال ذات الاهتزاز الحر يمكن اختيار أي طريقة للحل ولحساب مرونة الأساسات ونظراً لكبر الحل وحجمه هنا نضع النتيجة النهائية للاهتزاز الذاتي للمنشأة والعوامل المتعلقة به وخواص أشكال هذا الاهتزاز شكل (2) يوضح ذلك:

$$\omega_1 = 1.209 \quad \rho_{21} = 4.15 \quad \rho_{31} = 10.2$$

$$\omega_2 = 8.9 \quad \rho_{22} = 2.25 \quad \rho_{32} = -0.52$$

$$\omega_3 = 26.2 \quad \rho_{23} = -8.48 \quad \rho_{33} = 1.92$$

محصلة القوى الناتجة لرد فعل الأساس:

$$N = G_1 + G_2 + G_3 + G_4 = 270 + 150 + 340 + 3750 = 4510\text{ton}$$

العزم الحدي لرد فعل الأساس:

$$M_u^0 = N \frac{B}{2} = 4510 \times \frac{25}{2} = 56400 \text{ Tm}$$

ومن المعادلة (7) تحدد القيمة الحدية لاهتزاز المحملة وتكون القيمة التقريبية الأولية:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{150}{270} = 0.556, \quad \frac{m_3}{m_1} = \frac{340}{270} = 1.2$$

وبحساب الجزء الأول منه نحصل:

$$S_{u1} = 57 \text{ t.s}$$

$$S_{u2} = 341 \text{ t.s}$$

$$S_{u3} = 33 \text{ t.s}$$

والقيمة الحدية لاهتزاز المنشأة $S_{u3} = 33 \text{ Ts}$

وكتطبيق عملي نأخذ شكل (4) للبرج التالي والذي فيه الجزء السفلي $v=2$ من البيتون المسلح وجزئه العلوي على شكل عمود منفذ من المعدن وفيه $v=1$ ومتغير المقطع وصلابة المنشأ وكتله الطولية للأجزاء السفلى مطابقة الأول والثاني.

$$E_1^0 I_{10} = 3.7510^7 \text{ Tm}^2$$

$$E_2^0 I_{20} = 1.0 \times 10^8 \text{ Tm}^2$$

وكتله:

$$m_{10} = 0.15 \frac{T \cdot \text{sec}^{-2}}{m^2}, \quad m_{20} = 0.003 \left(\frac{T \cdot \text{sec}^{-2}}{m^2} \right)$$

وحمولاته $p=2.1 \text{ 1/sec}$ $v_1=0.1$

$$v_2=0.05 \quad q=0.003 \text{ T/m}$$

ولقد تم اختيار نوعية الأساس بخواصه المختلفة (عطالة مرونة)، وبهذا تكون قيم الانتقالات الأفقية المنشأة متعلقة بالقوى العرضية وزاوية الدوران ومع عزوم عطالة المنشأ التي تحدد بالعلاقات التالية:

